

Kapitel 3

Auswertung des Modells

In diesem Kapitel soll der Einfluss verschiedener Seillängen und verschiedener Anfangsgeschwindigkeiten von $\dot{\varphi}_l$ dargestellt werden. Da $\dot{\varphi}_c$ uns im späteren Reglerentwurf als Führungsgröße dient, ist sowohl das wirkende Rückstellmoment als auch die Anfangsgeschwindigkeit von wesentlicher Bedeutung.

3.1 Das linearisierte Modell

Im Folgenden soll der Einfluss verschiedener Seillängen und Anfangszustände anhand zweier Grafiken unter Verwendung des um die Ruhelage $\varphi_l = -\pi/2$ linearisierten Modells aus Gleichung 2.2.7 auf Seite 13 dargestellt werden.

Interessant ist hierbei, dass das Maximum des Rückstellmoments nicht bei 90° , sondern kurz davor aufkommt.

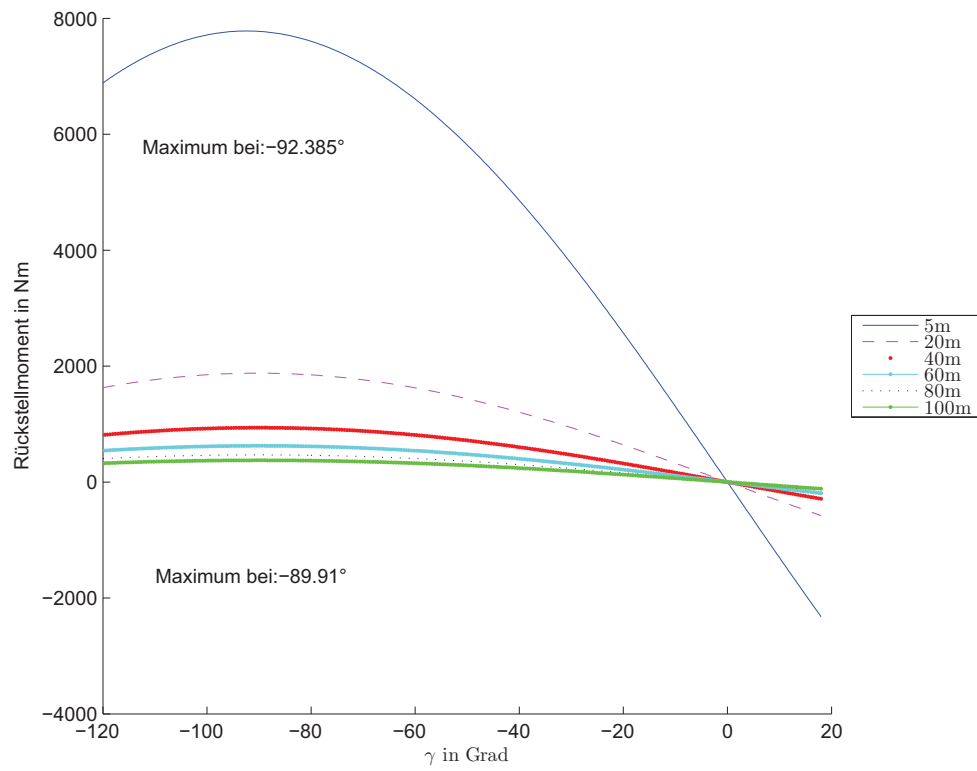


Abbildung 3.1: Rückstellmoment bei verschiedenen Längen l [m]

3.2 Das nichtlinearisierte Modell

Für das nichtlineare Modell wurde der Einfluss verschiedener Anfangsauslenkungen φ_l und Anfangsgeschwindigkeiten $\dot{\varphi}_l$ simuliert. Auffallend ist dabei, dass die Anfangsauslenkung φ_l im Vergleich zur Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_l$ einen vernachlässigbaren Einfluss auf das wirkende Rückstellmoment hat. ;

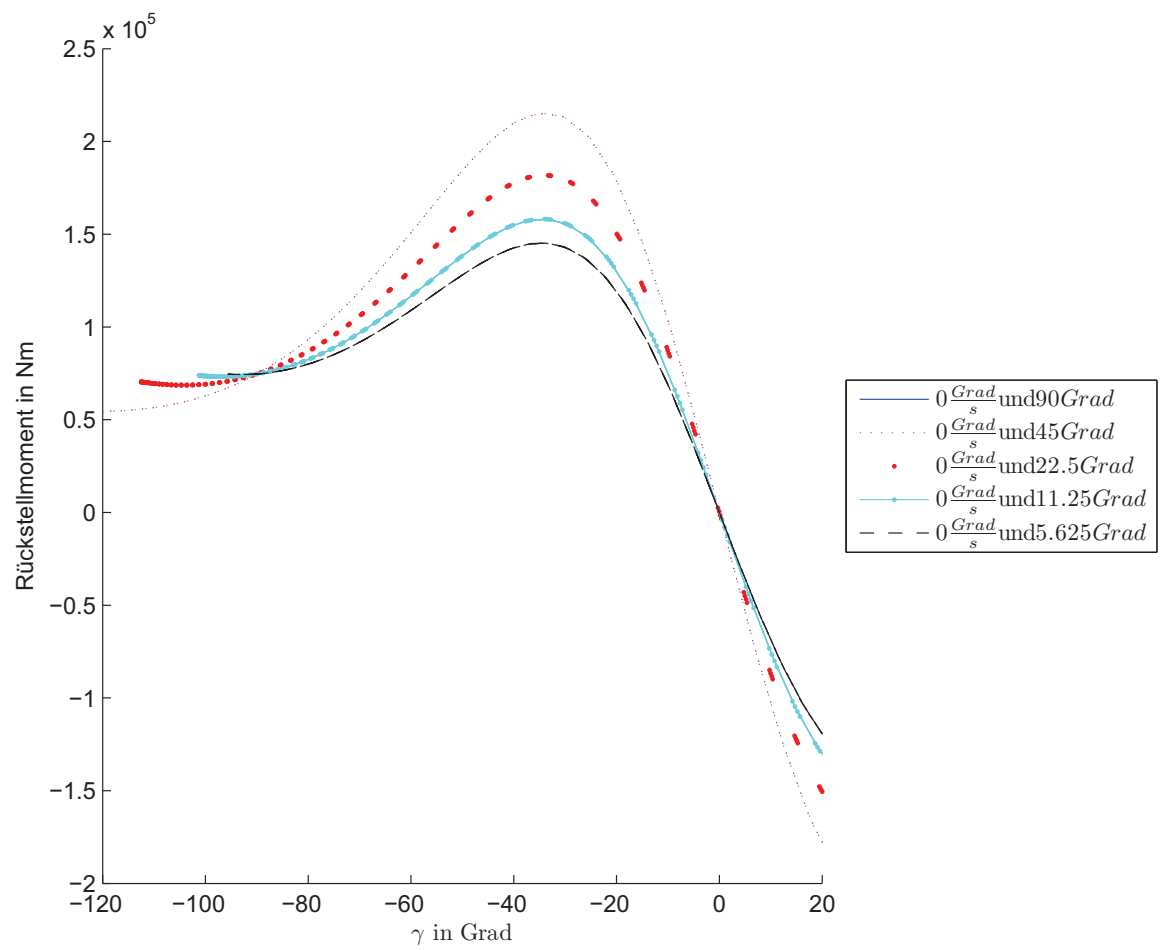


Abbildung 3.2: Rückstellmoment für verschiedene Anfangsbedingungen von φ_l und $\dot{\varphi}_l$

Kapitel 4

Reglerentwurf

Zur Auslegung eines passenden Reglers sollten vorerst alle an den Regelkreis gestellten Anforderungen und die gegebenen Wertebereiche beschrieben werden:

1. Die Führungsgröße v soll aus der Sollgröße $\dot{\varphi}_c$ und der Störgröße $\dot{\varphi}_d$ bestehen
2. Die Stellgröße $|u| = |\dot{\varphi}_c| \leq 0.33 \frac{rad}{s}$
3. Die Störgröße $|z| \leq 0.165 \frac{rad}{s}$
4. Als durch das Gyroskop hervorgerufene Störgröße dient ein konstanter Wert von $\dot{\varphi}_{l,offset} \approx 0.01 \frac{rad}{s}$

4.0.1 Zustandsraumdarstellung des linearisierten Systems

Aus Gleichung 2.2.7 kann auf folgende Zustandsraumdarstellung geschlossen werden:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 & 0 & 0 & \omega^2 & \omega^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} z \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x \end{aligned} \quad (4.0.1)$$

4.0.2 Beschreibung der Regelstrecke und Betrachtung von Beobachtbarkeit bzw. Steuerbarkeit

Durch die linearisierte Gleichung 2.2.7 kann auf die folgende in Abbildung 4.1 gezeigte Regelstrecke geschlossen werden:

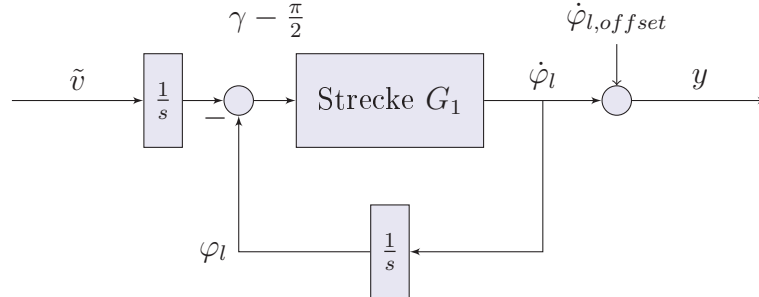


Abbildung 4.1: Regelstrecke des linearisierten Modells

Die Übertragungsfunktion $G(s)$ kann durch betrachten der Ein- und Ausgänge ermittelt werden. Über

$$\dot{\varphi}_l = G_1 \left(\tilde{v} \frac{1}{s} - \frac{1}{s} \dot{\varphi}_l \right) \quad (4.0.2)$$

,mit

$$G_1 = \omega^2 \frac{1}{s} \quad (4.0.3)$$

gelangt man zur Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{\omega^2 \frac{1}{s}}{s + \omega^2 \frac{1}{s}} = \frac{\omega^2}{s^2 + \omega^2} \quad (4.0.4)$$

Bei genauerer Betrachtung der Strecke $G(s) = \frac{\omega^2 s}{s^2 + \omega^2} \frac{1}{s}$ lässt sich eine Pol-/Nullstellenkürzung am Ausgang erkennen, die zu einem Verlust der Beobachtbarkeit führt. Bereits aus der Betrachtung des Zustandsraumes wird deutlich, dass die Steuerbarkeitsmatrix S nur den Rang 2 haben kann, da nur die Zustände $\dot{\varphi}_c$ und $\dot{\varphi}_d$ durch den Eingang u angesteuert werden können. Sowohl φ_l und $\dot{\varphi}_l$, als auch $\dot{\varphi}_{l,offset}$ können nicht direkt durch den Eingang beeinflusst und gesteuert werden. Die vollständige Steuerbarkeit ist somit nicht gegeben.

Formuliert man das Übertragungsverhalten anhand einer Differenzialgleichung, ergibt sich aus $G(s)$ unter der Annahme verwindender Anfangsbedingungen, folgende Gleichung

$$\ddot{\varphi}_l + \omega^2 \dot{\varphi}_l = \omega^2 \tilde{v} \quad (4.0.5)$$

Eine Lösung des Gleichungssystems wäre mit $v = -\dot{\varphi}_l$ gegeben. Dies entspricht einer Ausgangsrückführung durch einen D-Regler. Die Regelung über eine Ausgangsrückführung und die Rückführung von \tilde{v} nach v nach Abbildung 4.2 wäre eine Möglichkeit die Strecke zu stabilisieren.

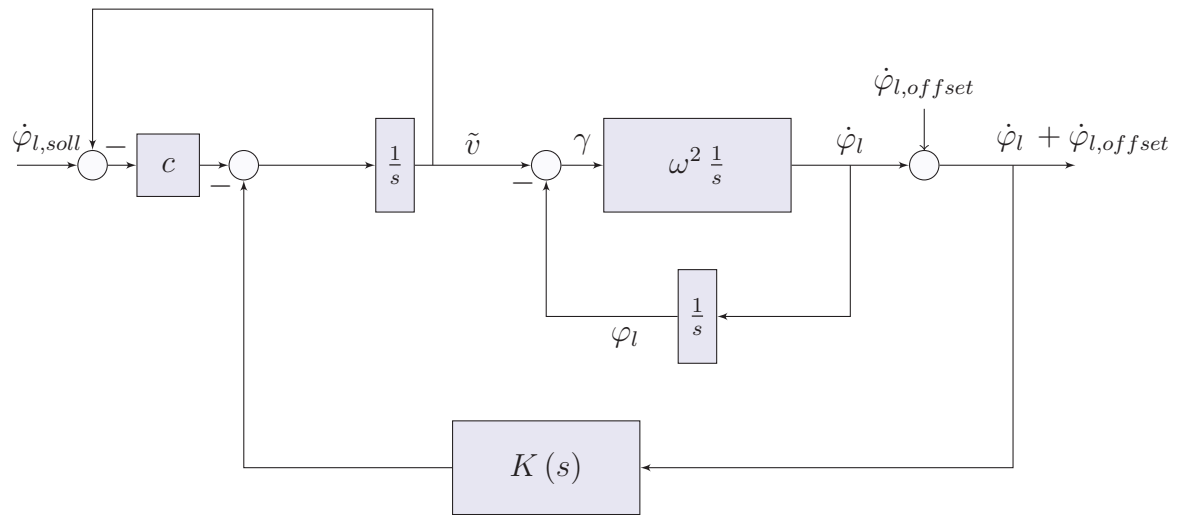


Abbildung 4.2: Erweiterte Strecke mit Regler

;